



Fórmula de Ramanujan de π

Prof. Doherty Andrade -- www.metodosnumericos.com.br

Fórmula de Ramanujan

A fórmula de Ramanujan para π é uma série numérica maravilhosa para expressar π que converge muito rapidamente:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{99^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!}{k!^4} \frac{1103 + 26390k}{396^{4k}}$$

Para encontrar uma aproximação para π usamos um número finito de termos, a seguir usando os três primeiros termos da série para obter uma boa aproximação para π :

$$\pi \approx \frac{99^2}{2\sqrt{2}} \frac{1}{\left(1103 + 4! \frac{1103+26390}{396^4} + \frac{8!}{2^4} \frac{1103+26390(2)}{396^8}\right)}$$

Vamos determinar uma aproximação para π utilizando 5000 dígitos com uma soma parcial de 5000 termos.

> *Digits* := 5000; *N* := 5000;

Digits := 5000

N := 5000

(1)

> *P* := evalf $\left(\frac{99^2}{\sqrt{2} \cdot 2} \cdot \frac{1}{\sum_{k=0}^N \frac{(4 \cdot k)!}{(k!)^4} \cdot \frac{1103 + 26390 \cdot k}{396^{(4 \cdot k)}}}\right)$;

P :=

(2)

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406\
28620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940\
81284811174502841027019385211055596446229489549303819644288109756659334461\
28475648233786783165271201909145648566923460348610454326648213393607260249\
14127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053\
05488204665213841469519415116094330572703657595919530921861173819326117931\
05118548074462379962749567351885752724891227938183011949129833673362440656\
64308602139494639522473719070217986094370277053921717629317675238467481846\
76694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249\
53430146549585371050792279689258923542019956112129021960864034418159813629\
77477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859502445945534\
69083026425223082533446850352619311881710100031378387528865875332083814206\
17177669147303598253490428755468731159562863882353787593751957781857780532\
17122680661300192787661119590921642019893809525720106548586327886593615338\
18279682303019520353018529689957736225994138912497217752834791315155748572\
42454150695950829533116861727855889075098381754637464939319255060400927701\

67113900984882401285836160356370766010471018194295559619894676783744944825\
53797747268471040475346462080466842590694912933136770289891521047521620569\
66024058038150193511253382430035587640247496473263914199272604269922796782\
35478163600934172164121992458631503028618297455570674983850549458858692699\
56909272107975093029553211653449872027559602364806654991198818347977535663\
69807426542527862551818417574672890977772793800081647060016145249192173217\
21477235014144197356854816136115735255213347574184946843852332390739414333\
45477624168625189835694855620992192221842725502542568876717904946016534668\
04988627232791786085784383827967976681454100953883786360950680064225125205\
11739298489608412848862694560424196528502221066118630674427862203919494504\
71237137869609563643719172874677646575739624138908658326459958133904780275\
90099465764078951269468398352595709825822620522489407726719478268482601476\
99090264013639443745530506820349625245174939965143142980919065925093722169\
64615157098583874105978859597729754989301617539284681382686838689427741559\
91855925245953959431049972524680845987273644695848653836736222626099124608\
05124388439045124413654976278079771569143599770012961608944169486855584840\
63534220722258284886481584560285060168427394522674676788952521385225499546\
66727823986456596116354886230577456498035593634568174324112515076069479451\
09659609402522887971089314566913686722874894056010150330861792868092087476\
09178249385890097149096759852613655497818931297848216829989487226588048575\
64014270477555132379641451523746234364542858444795265867821051141354735739\
52311342716610213596953623144295248493718711014576540359027993440374200731\
05785390621983874478084784896833214457138687519435064302184531910484810053\
70614680674919278191197939952061419663428754440643745123718192179998391015\
91956181467514269123974894090718649423196156794520809514655022523160388193\
01420937621378559566389377870830390697920773467221825625996615014215030680\
38447734549202605414665925201497442850732518666002132434088190710486331734\
64965145390579626856100550810665879699816357473638405257145910289706414011\
09712062804390397595156771577004203378699360072305587631763594218731251471\
20532928191826186125867321579198414848829164470609575270695722091756711672\
29109816909152801735067127485832228718352093539657251210835791513698820914\
44210067510334671103141267111369908658516398315019701651511685171437657618\
35155650884909989859982387345528331635507647918535893226185489632132933089\
85706420467525907091548141654985946163718027098199430992448895757128289059\
23233260972997120844335732654893823911932597463667305836041428138830320382\
49037589852437441702913276561809377344403070746921120191302033038019762110\
11004492932151608424448596376698389522868478312355265821314495768572624334\
41893039686426243410773226978028073189154411010446823252716201052652272111\
66039666557309254711055785376346682065310989652691862056476931257058635662\
01855810072936065987648611791045334885034611365768675324944166803962657978\
77185560845529654126654085306143444318586769751456614068007002378776591344\
01712749470420562230538994561314071127000407854733269939081454664645880797

27082668306343285878569830523580893306575740679545716377525420211495576158\
14002501262285941302164715509792592309907965473761255176567513575178296664\
54779174501129961489030463994713296210734043751895735961458901938971311179\
04297828564750320319869151402870808599048010941214722131794764777262241425\
48545403321571853061422881375850430633217518297986622371721591607716692547\
48738986654949450114654062843366393790039769265672146385306736096571209180\
76383271664162748888007869256029022847210403172118608204190004229661711963\
77921337575114959501566049631862947265473642523081770367515906735023507283\
54056704038674351362222477158915049530984448933309634087807693259939780541\
9341447377441842631298608099888687413260472

> $Q := \text{evalf}(\text{Pi});$

$Q :=$

(3)

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406\
28620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940\
81284811174502841027019385211055596446229489549303819644288109756659334461\
28475648233786783165271201909145648566923460348610454326648213393607260249\
14127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053\
05488204665213841469519415116094330572703657595919530921861173819326117931\
05118548074462379962749567351885752724891227938183011949129833673362440656\
64308602139494639522473719070217986094370277053921717629317675238467481846\
76694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249\
53430146549585371050792279689258923542019956112129021960864034418159813629\
77477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859502445945534\
69083026425223082533446850352619311881710100031378387528865875332083814206\
17177669147303598253490428755468731159562863882353787593751957781857780532\
17122680661300192787661119590921642019893809525720106548586327886593615338\
18279682303019520353018529689957736225994138912497217752834791315155748572\
42454150695950829533116861727855889075098381754637464939319255060400927701\
67113900984882401285836160356370766010471018194295559619894676783744944825\
53797747268471040475346462080466842590694912933136770289891521047521620569\
66024058038150193511253382430035587640247496473263914199272604269922796782\
35478163600934172164121992458631503028618297455570674983850549458858692699\
56909272107975093029553211653449872027559602364806654991198818347977535663\
69807426542527862551818417574672890977772793800081647060016145249192173217\
21477235014144197356854816136115735255213347574184946843852332390739414333\
45477624168625189835694855620992192221842725502542568876717904946016534668\
04988627232791786085784383827967976681454100953883786360950680064225125205\
11739298489608412848862694560424196528502221066118630674427862203919494504\
71237137869609563643719172874677646575739624138908658326459958133904780275\
90099465764078951269468398352595709825822620522489407726719478268482601476\
99090264013639443745530506820349625245174939965143142980919065925093722169\
64615157098583874105978859597729754989301617539284681382686838689427741559\
91855925245953959431049972524680845987273644695848653836736222626099124608

05124388439045124413654976278079771569143599770012961608944169486855584840\
63534220722258284886481584560285060168427394522674676788952521385225499546\
66727823986456596116354886230577456498035593634568174324112515076069479451\
09659609402522887971089314566913686722874894056010150330861792868092087476\
09178249385890097149096759852613655497818931297848216829989487226588048575\
64014270477555132379641451523746234364542858444795265867821051141354735739\
52311342716610213596953623144295248493718711014576540359027993440374200731\
05785390621983874478084784896833214457138687519435064302184531910484810053\
70614680674919278191197939952061419663428754440643745123718192179998391015\
91956181467514269123974894090718649423196156794520809514655022523160388193\
01420937621378559566389377870830390697920773467221825625996615014215030680\
38447734549202605414665925201497442850732518666002132434088190710486331734\
64965145390579626856100550810665879699816357473638405257145910289706414011\
09712062804390397595156771577004203378699360072305587631763594218731251471\
20532928191826186125867321579198414848829164470609575270695722091756711672\
29109816909152801735067127485832228718352093539657251210835791513698820914\
44210067510334671103141267111369908658516398315019701651511685171437657618\
35155650884909989859982387345528331635507647918535893226185489632132933089\
85706420467525907091548141654985946163718027098199430992448895757128289059\
23233260972997120844335732654893823911932597463667305836041428138830320382\
49037589852437441702913276561809377344403070746921120191302033038019762110\
11004492932151608424448596376698389522868478312355265821314495768572624334\
41893039686426243410773226978028073189154411010446823252716201052652272111\
66039666557309254711055785376346682065310989652691862056476931257058635662\
01855810072936065987648611791045334885034611365768675324944166803962657978\
77185560845529654126654085306143444318586769751456614068007002378776591344\
01712749470420562230538994561314071127000407854733269939081454664645880797\
27082668306343285878569830523580893306575740679545716377525420211495576158\
14002501262285941302164715509792592309907965473761255176567513575178296664\
54779174501129961489030463994713296210734043751895735961458901938971311179\
04297828564750320319869151402870808599048010941214722131794764777262241425\
48545403321571853061422881375850430633217518297986622371721591607716692547\
48738986654949450114654062843366393790039769265672146385306736096571209180\
76383271664162748888007869256029022847210403172118608204190004229661711963\
77921337575114959501566049631862947265473642523081770367515906735023507283\
54056704038674351362222477158915049530984448933309634087807693259939780541\
9341447377441842631298608099888687413260472

O valor calculado pela fórmula de Ramanujan e o valor conhecido do Maple, tem a seguinte diferença:

$$> P - Q;$$

0.

(4)