financeiro2

March 2, 2021

1 Matemática Financeira com Python

Doherty Andrade – www.metodosnumericos.com.br

2 0. Introdução

Quando tratamos de matemática financeira precisamos nos ater a dois tipos de juros: os juros simples e o juros compostos.

Juros é um tipo de aluguel que se paga pelo dinheiro tomado emprestado. Os juros simples e os juros compostos são duas formas diferentes de remunerar o capital.

Juros Simples

O valor dos juros simples J a serem pagos quando se toma um capital C emprestado a uma taxa de i% por n períodos é dado por

$$J = Cin.$$

Desta expressão deduzimos outras:

$$C = \frac{J}{in},$$
$$i = \frac{J}{Cn}.$$

O montante é o valor que se obtém da soma do capital com o juros: $M = C + J$. Como $ J = Cin$, então temos que

$$M = C + cin = C(1 + in).$$

Logo, temos que

$$M = C(1 + in).$$

Juros compostos

Chamamos de juros compostos quando o juro incorpora-se ao capital, para formar a base de cálculo do juro para o período seguinte. É o chamado juros sobre juros. Na prática, nas relações comerciais e financeiras, utiliza-se os juros compostos.

O dinheiro é considerado sempre um bem variável no tempo. Isto quer dizer que um valor hoje V_0 é diferente do mesmo valor daqui um tempo t, V_t. Portanto, não faz sentido somar V_0 com V_t. Para realizar esta operação devemos colocar ambos na mesma data, chamada de data focal focal. Isto é sempre respeitado nas operações financeiras.

Vamos trabalhar um pouco mais com os juros compostos em um problema prático na próxima seção.

3 1. Regime de capitalização composta

O regime de capitalização composta é um processo de cálculo financeiro em que o juro incorpora-se ao capital, para formar a base de cálculo do juro para o período seguinte. É o chamado juros sobre juros.

Consideremos um capital inicial C localizado na data focal 0, uma unidade de período de tempo (chamada de período de capitalização) e uma taxa i de juro efetiva em um período de tempo. Assim, temos o fluxo de montantes nas respectivas datas

$$\begin{aligned} M_1 &= C + J = C + Ci = C(1+i) && (1)\\ M_2 &= M_1 + J = M_1 + M_1 i = M_1(1+i) = C(1+i)^2 && (2)\\ ..... &= .... && (3)\\ M_n &= M_{n-1} + J = C(1+i)^n. && (4) \end{aligned}$$

Assim, o montante auferido ao final de n períodos por um capital C colocados a juros à taxa de i% é dado por

$$M_n = C(1+i)^n.$$

Note desta equação podemos obter outras relações. Por exemplo,

$$C = \frac{M}{(1+i)^n},$$

$$J = C\left[(1+i)^n - 1\right],$$

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1.$$

Para iniciarmos com as nossas contas vamos importar as bibliotecas que precisaremos.

```
In [1]: import numpy as np
        import sympy as sp
        import scipy as sc
        import pandas as pd
        import matplotlib.pyplot as plt
        from sympy import Symbol, sin, cos, exp
```

4 1. Modelo básico de capitalização

O objetivo do processo de capitalização é a formação de um capital para utilização no futuro, comprando um bem ou usando na aposentadoria.

Pode-se fazer um único depósito ou um depósito inicial seguido de depositos de parcelas mensais.

Como no processo de financiamento, as parcelas podem ser de três categorais:

(a) Antecipadas: primeira parcela na data focal.

(b) Postecipadas: primeira parcela um período depois da data focal.

(c) Diferidas: primeira parcela com carência depois da data focal.

A fórmula mais usada é do tipo antecipada, pois quem contrata um investimento faz o primeiro depósito no ato. Vamos abordar este tipo de investimento.

Vamos comparar um capital S localizado na data focal n (no fututo) com n parcelas $P_1, P_2, \ldots, P_n$ nas datas $1, 2, ..., n$ de forma que a soma das parcelas seja igual a S:

$$S = P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + \cdots + P(1+i)^2 + P(1+i)^1.$$

Ou equivalentemente,

$$S = P\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i)^2 + (1+i)^1\right].$$

A PG $\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i)^2 + (1+i)^1\right]$ tem soma dada por

$$s_n = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

e assim,

$$S = P\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right].$$

4.0.1 Exemplo 1

Vejamos um exemplo.Quero juntar uma grana para comprar um carro. Fui a uma financeira fiz um plano de capitalização programada com taxa de juro composto de 2% ao mês com parcelas fixas antecipadas de R$4.000,00. Quanto terei capitalizado ao final de 10 meses?

Basta calcular S.

```
In [2]: S = 4000*((1+0.02)**(10)-1)/0.02
        print("O valor acumulado é:",S)
```

```
O valor acumulado é: 43798.88399895146
```

4.0.2 Exemplo 2

Vejamos um exemplo. Quero juntar uma grana para o futuro. Fui a uma financeira fiz um plano de capitalização programada com taxa de juro composto de 0,6% ao mês com parcelas fixas antecipadas de R$1.300,00. Quanto terei capitalizado ao final de 360 meses?

Basta calcular S.

```
In [3]: S = 1300*((1+0.006)**(360)-1)/0.006
        print("O valor acumulado é:",S)
```

```
O valor acumulado é: 1649993.0748354371
```

4.0.3 Exemplo 3

Tendo o valor R$1.660.000,00 acumulado penso em aposentar. Estimo que vou viver mais 30 anos. Quanto poderei retirar mensalmente se a taxa de juro mensal estimada é de 0.6% ao ano ?

Tendo S basta calcular P:

$$P = F\left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right).$$

```
In [4]: P = (1660000)*0.006/( 1-(1.006)**(-360))
        print("O valor a ser retirado mensalmente é:",P)
```

```
O valor a ser retirado mensalmente é: 11267.884277159908
```

```
In [ ]:
```