Equações Diferenciais Ordinárias: introdução com Python

Doherty Andrade

doherty200@hotmail.com

1 Equações Diferenciais Ordinárias: introdução com Python

Neste notebook Jupyter vamos explorar a biblioteoca sympy e scipy para estudar equações diferenciais ordinárias. Vamos apresentar alguns exemplos.

Primeiramente vamos chamar os pacotes que iremos utilizar.

```
In [23]: import numpy as np
         import sympy as sp
         import scipy as sc
         import matplotlib.pyplot as plt

         #para impressão em tela tipo LaTeX

         from sympy import init_printing
         printing.init_printing(use_latex = True)
```

Vejamos um exemplo de impressão em tela de expressão tipo LaTeX.

```
In [24]: from sympy.interactive import printing
         printing.init_printing(use_latex = True)
         x, y, z, t = symbols('x y z t')
         k, m, n = symbols('k m n', integer=True)
         f, g, h = symbols('f g h', cls=Function)

         from sympy import init_session, Symbol, sin, sqrt
         sin(x)
```

Out[24]:

$$\sin(x)$$

Agora um exemplo com derivada.

```
In [26]: from sympy import Derivative, Function, symbols, Subs
         from sympy.abc import x, y
         f, g = symbols('f g', cls=Function)

         Derivative(cos(x**2)*sin(x), x, evaluate = True)
```

Out[26]:

$$-2x\sin\left(x\right)\sin\left(x^{2}\right)+\cos\left(x\right)\cos\left(x^{2}\right)$$

Para ter acesso à documentação do scipy basta rodar a linha seguinte.

```
In [ ]: scipy?
```

2 Integração

Vamos explorar a rotina integrate do scipy que calcula integrais numericamente. Para ver mais sobre scipy e integrais execute as duas linhas abaixo.

```
In [27]: import scipy.integrate
```

```
In [ ]: scipy.integrate?
```

Como exemplo vamos calcular a integral

$$\int_{-2}^{2}(\exp(\cos(3*\pi*x))+1)dx$$

```
In [28]: #Calculando a integral
         from math import cos, exp, pi
         from scipy.integrate import quad

         # A função que queremos integrar
         def f(x):return exp(cos(3 * x * pi)) + 1

         # Chama o procedimento quad para integrar f de -2 a 2
         res, err = quad(f, -2, 2)
         print("O resultado da integral é  {:f} (+-{:g})".format(res, err))
```

```
O resultado da integral é  9.064264 (+-1.54315e-08)
```

3 Agora um exemplo de EDO com uma condição inicial.

$$\frac{dy}{dt}=-2ty(t)$$

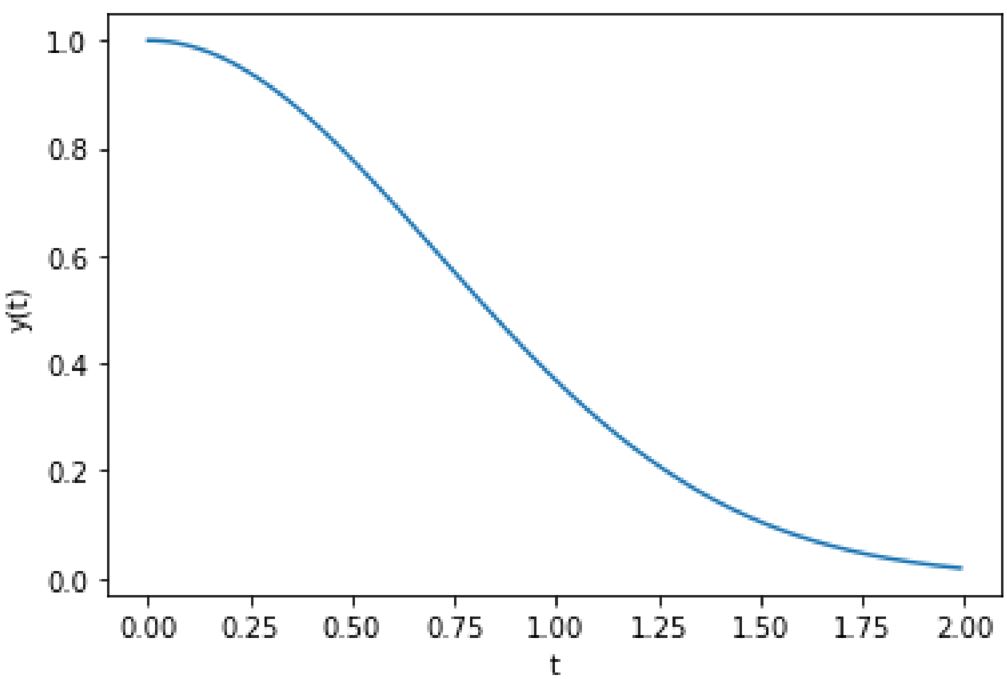
$$y(0)=1.$$

Vamos resolver o PVI acima no intervalo $[0,2]$.
A rotina odeint do scipy determina a solução por meio do método numérico RK45.

```
In [51]: #entrando com os comandos
         import pylab # para plotar o resultado
         %matplotlib inline
         from scipy.integrate import odeint
```

```
def f(y, t):
    return -2 * y * t

y0 = 1 # condição inicial
a = 0  # intervalo de integração
b = 2

t = np.arange(a, b, 0.01) # discretizando t

# a solução numérica y(t)
y = odeint(f, y0, t)

# plotando o resultado
pylab.plot(t, y)
pylab.xlabel('t'); pylab.ylabel('y(t)')
```

```
Out[51]: Text(0, 0.5, 'y(t)')
```



4 Usando o comando fsolve

O comando fsolve determina numericamente solução de equação não linear.

Veja o exemplo.

Determinar a raiz de

$$x^3 - 2x^2 = 0.$$

```
In [52]: # usando fsolve: fsolve(f,x0).
         # precisa fornecer um chute inicial x0
         from scipy.optimize import fsolve

         def f(x):
             return x ** 3 - 2 * x ** 2
         x = fsolve(f, 3) # uma rais é x=2.0

         print("A raiz é aproximadamente x=%21.19g" % x)
         print("O erro exato é %g." % (2 - x))
```

```
A raiz é aproximadamente x= 2.000000000000006661
O erro exato é -6.66134e-15.
```

5 Resolvendo uma EDO

$$-5f(x) + \frac{d^2}{dx^2}f(x) = 0$$

```
In [53]: x = sp.Symbol('x')

In [54]: f = sp.Function('f')(x)

In [55]: f.diff(x,x)
```

Out[55]:

$$\frac{d^2}{dx^2}f(x)$$

```
In [60]: diffeq1 = Eq(f.diff(x,x)-9*f,0)

In [61]: display(diffeq1)
```

$$-9f(x) + \frac{d^2}{dx^2}f(x) = 0$$

```
In [62]: dsolve(diffeq1,f)
```

Out[62]:

$$f(x) = C_1e^{-3x} + C_2e^{3x}$$

6 Exemplo

Resolver a EDO a seguir:

$$2f(x) + \frac{d}{dx}f(x) = 1$$

```
In [63]: diffeq2 = Eq(f.diff(x) +2*f,1)
         display(diffeq2)
         dsolve(diffeq2,f)
```

$$2f(x) + \frac{d}{dx}f(x) = 1$$

Out[63]:

$$f(x) = \frac{C_1 e^{-2x}}{2} + \frac{1}{2}$$

```
In [ ]:
```

```
In [ ]:
```