

Fórmula de Gauss para o cálculo de área de polígonos

Doherty Andrade - www.metodosnumericos.com.br

Gauss descobriu uma fórmula incrível para o cálculo da área de um polígono qualquer. A fórmula utiliza as coordenadas cartesianas dos vértices do polígono.

Consideremos um polígono irregular de n lados e suponha que conhecemos as coordenadas de seus vértices $(x_i, y_i), i = 0, 2, \dots, n - 1$, sendo o primeiro vértice coincidente com o último. É importante enumerar os vértices no sentido anti-horário para não termos problemas com o sinal negativo na área.

Assim, a área de um polígono P com n vértices dados por $(x_i, y_i), i = 0, \dots, n - 1$ tem área dada pela expressão:

$$A = \frac{1}{2} \left\{ \begin{vmatrix} x_0 & x_1 \\ y_0 & y_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} x_{n-2} & x_{n-1} \\ y_{n-2} & y_{n-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_{n-1} & x_0 \\ y_{n-1} & y_0 \end{vmatrix} \right\}.$$

Apresentamos a seguir um script Python que calcula área de um polígono sendo fornecido as coordenadas de seus vértices.

In [1]:

```
import numpy
```

O script a seguir calcula a área utilizando a formula acima. Entre com o array contendo as coordenadas do polígono.

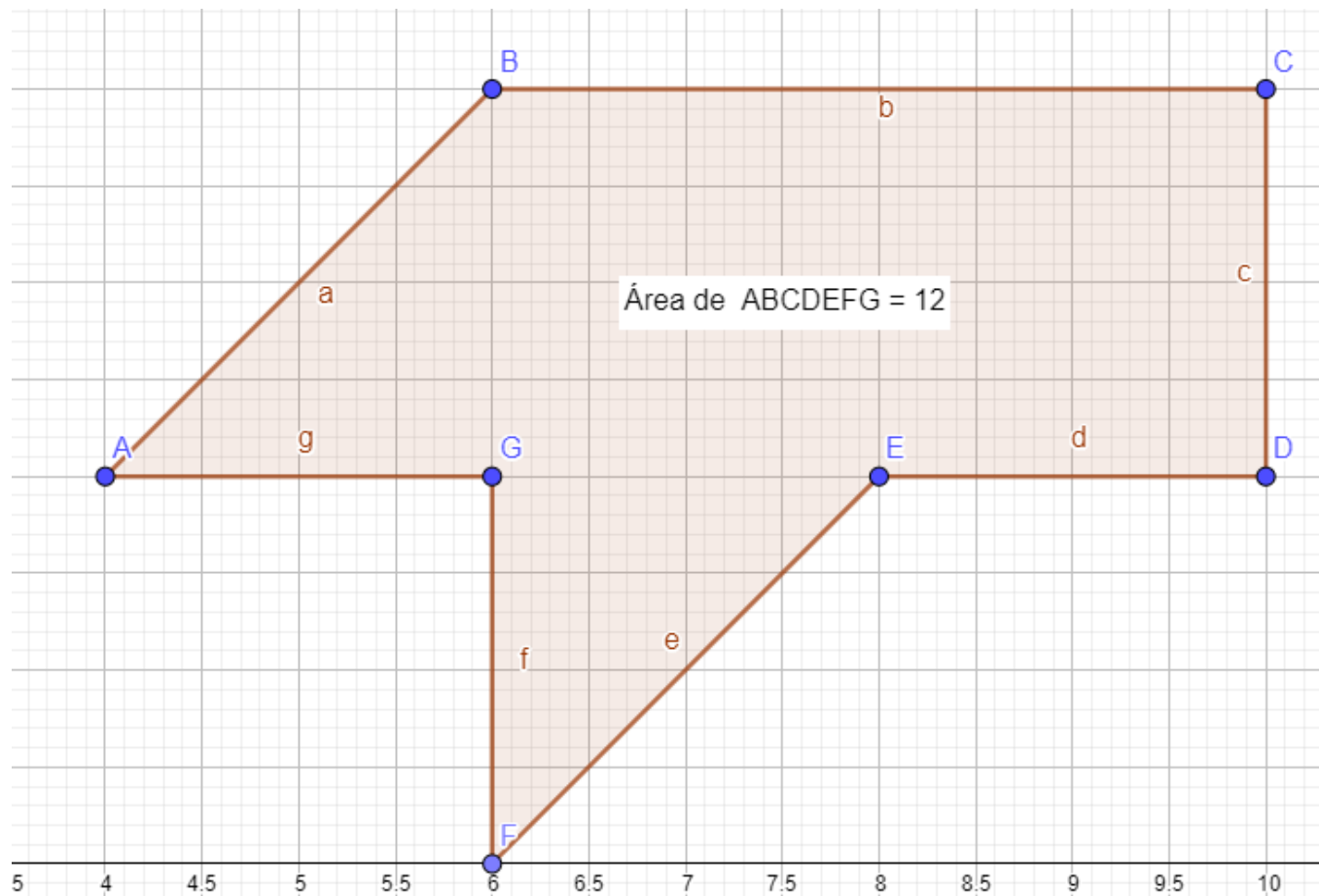
Veja o exemplo.

In [2]:

```
def Gauss_area(array):#Lembre-se ponto final igual ao inicial
    a = 0
    ox,oy = array[0]
    for x,y in array[1:]:
        a += (x*oy-y*ox)
        ox,oy = x,y
    print('A área do polígono é igual a:', abs(a/2))
```

In [3]:

```
array = [(4,2),(6,4),(10,4),(10,2),(8,2),(6,0),(6,2),(4,2)]
```



In [4]:

```
Gauss_area(array)
```

A área do polígono é igual a: 12.0

In [5]:

```
array2 = [(0,0),(2,0),(2,2),(0,2),(0,0)]
Gauss_area(array2)
```

A área do polígono é igual a: 4.0

In [6]:

```
array3 = [(0,0),(-2,0),(2,2),(0,0)]
Gauss_area(array3)
```

A área do polígono é igual a: 2.0